



ANALYSE DES PLAQUES SANDWICHES FGM SOUS L'EFFET DES CHARGES MÉCANIQUES ET DANS UN ENVIRONNEMENT THERMIQUE

ANALYSIS OF FGM SANDWICH PLATES UNDER THE EFFECT OF MECHANICAL LOADS AND IN A THERMAL ENVIRONMENT

SAOULA Abdelkader¹, BOUDERBA Bachir².

¹ Université Ibn Khaldoun de Tiaret, BP 78 Zaaroura, 14000, Algérie, e-mail :

saoulaaek@hotmail.com

² Centre universitaire El Wancharissi, Ben Hamouda BP 38004 Tissemsilt, Algérie, e-mail :

bouderbabachir38@yahoo.fr

Réception : 31/05/2018

Acceptation : 12/ 07/2018

Publication : 08/01/2019

Résumé : L'objectif de cet article est de présenter un modèle qui utilise une nouvelle fonction de gauchissement pour l'analyse en flexion des plaques sandwiches fonctionnellement graduées « FGM » simplement appuyées sous des charges mécaniques et dans un environnement thermique. La nouvelle fonction de cisaillement doit satisfaire la nullité des contraintes de cisaillement transverse aux surfaces supérieures et inférieures de la plaque. Les propriétés matérielles de la plaque sandwich FGM varient selon une distribution de loi de puissance en termes de fraction volumique des différents constituants. Les résultats numériques obtenus par notre analyse sont présentés et comparés avec ceux disponibles dans la littérature (la théorie classique, la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre et les autres théories d'ordre supérieur). Les résultats sont en bon accord avec la solution de Reddy (la théorie de déformation de cisaillement du troisième ordre -TSDT-).

Mots - clés : FGM, Plaques sandwiches, Fonction de gauchissement, Charges thermiques.

Abstract: The purpose of this paper is to present a model that uses a new warping function for bending analysis of functionally graded "FGM" sandwich plates simply supported under mechanical loads and in a thermal environment. The new shear function must satisfy the nullity of transverse shear stresses at the upper and lower faces of the plate. The material properties of the FGM sandwich plate vary according to a power law distribution in terms of the volume fractions of the different constituents. The numerical results obtained by our analysis are presented and compared with those available in the literature (classical theory, first order shear deformation theory, and other higher order theories). The results are in good agreement with the Reddy solution (the third-order shear deformation theory -TSDT-).

Keywords: FGM, Sandwich plates, Warping function, Thermal loads.

1-Introduction

Les matériaux fonctionnels (FGMs) sont actuellement à l'avant-garde de la recherche sur les matériaux et bénéficient d'une attention mondiale, Réf.[1]. Ces nouveaux matériaux composites, connus en tant que matière à fonction graduée (FGM), sont largement utilisés dans les applications d'ingénierie en raison de leur résistance à gradient élevé de température tout en maintenant l'intégrité structurale, Réf.[2]. Ils sont généralement fabriqués à partir d'un mélange de céramique et de métaux pour atteindre l'exigence importante des propriétés du matériau. Les avantages considérables offerts par les FGMs par rapport aux matériaux conventionnels et la nécessité de surmonter les

défis techniques liés aux environnements à haute température ont conduit à une utilisation accrue des structures sandwiches et à incorporer dans leur construction les FGMs comme feuilles de façade, Réf.[1, 3]. Les matériaux composites sandwichs sont couramment utilisés dans les avions ainsi que dans de nombreuses sortes d'ouvrages de génie civil en raison de leurs excellents rapports de haute résistance/poids et rigidité/poids. Une construction avancée typique de deux plaques sandwiches constituées de ((a) : Céramique-FGM-Métal, (b) : FGM-Céramique-FGM), sont considérées dans le présent article. Les modèles classiques, voir par exemple Allen, Réf.[4] et Plantema, Réf.[5], ont supposé que les plaques frontales ont seulement une rigidité à la flexion, tandis que le noyau n'a qu'une rigidité au cisaillement. La plupart des modèles classiques

ignoraient les effets de l'âme transversalement flexible, tels que les changements de hauteur de la plaque sandwich, la non-linéarité du plan de coupe après déformation et les différentes conditions aux limites des feuilles de face supérieure et inférieure. Les propriétés matérielles varient de façon progressive et continue à travers l'épaisseur selon une distribution en loi de puissance de la fraction volumique des constituants.

Diverses théories de déformation de cisaillement ont été développées. On peut citer à titre d'exemple, celles d'Ambartsumain, Réf.[6] , Kaczowski , Panc and Reissner, Réf. [7], Levy, Stein, Touratier, Réf. [8], Mantari, & al., Réf. [9], Mantari & al., Réf. [10], Karama & al., Réf. [11], Aydogdu, Réf. [12], Mantari & al., Réf. [13], El Meiche & al., Réf. [14], Soldatos, Réf. [15], Akavci and Tanrikulu, Réf. [16].

Reddy, Réf. [17, 18] a présenté la formulation théorique et modèles éléments finis à base de théorie de déformation de cisaillement du troisième ordre pour l'analyse statique et dynamique des plaques FGMs. Il a obtenu des solutions de Navier pour une plaque carrée simplement appuyée sous charge sinusoïdale distribuée, y compris l'effet de la déformation de cisaillement. Récemment, des modèles HSDT à cinq inconnues ont été développés pour des plaques sandwiches FGM à savoir : Zenkour, Réf. [19, 20, 21] a présenté une théorie de déformation de cisaillement généralisée pour l'analyse de flexion des plaques FGM où les propriétés matérielles de la plaque obéissent à une distribution en loi de puissance à travers l'épaisseur en termes de fraction de volume des constituants.

Dans ce travail, nous allons utiliser une nouvelle théorie hyperbolique de déformation de cisaillement pour analyser les plaques FGM sous l'effet des charges mécaniques et dans un environnement thermique. Cette fonction est utilisée dans le champ de déplacement pour tenir compte de la déformation de cisaillement. Des exemples numériques sont présentés pour examiner la précision et l'efficacité de la présente théorie en comparant les résultats obtenus avec ceux calculés à l'aide de diverses autres théories.

2-Formulations théoriques

Considérons deux plaques sandwich, chacune est composée de trois couches. Pour la première, les couches sont de haut en bas : Céramique-FGM-Métal et pour la deuxième : FGM-Céramique-FGM (Fig. 1).

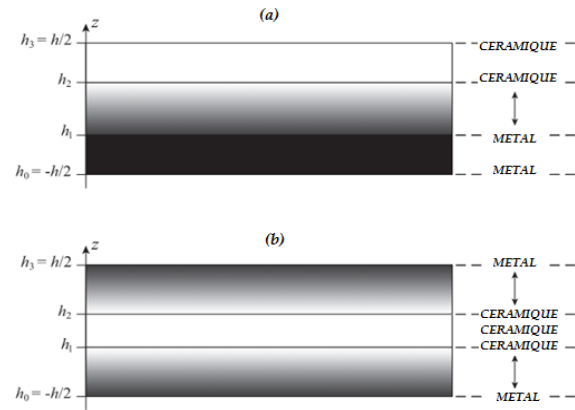


Figure 1: composition des plaques sandwich FGM :

(a)Céramique-FGM-Métal, (b) FGM-Céramique-FGM.

Figure 1: composition of FGM sandwich plates:

(a) Ceramic-FGM-Metal, (b) FGM-Ceramic-FGM.

Les plaques sont soumises à une charge sinusoïdalement distribuée $q(x,y)$ et un champ de température $T(x,y,z)$. Les propriétés matérielles P de la plaque sandwich en FGM sont telles que le module d'Young E , le coefficient de Poisson ν , et le coefficient de dilatation thermique α sont données par :

$$P(z) = P_M + (P_C - P_M) \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k \quad (1)$$

Où : P_C et P_M sont les propriétés correspondantes de la céramique et du métal, respectivement, et k l'exposant (l'indice) de la fraction volumique. La fraction volumique $V^{(n)}$ varie à travers l'épaisseur de la plaque sandwich suivant une simple loi de puissance et elle est donnée pour la plaque (a) comme suit :

$$\begin{aligned} V^{(1)} &= 0, & z &\in [h_0, h_1], \\ V^{(2)} &= \left(\frac{z-h_2}{h_3-h_2} \right)^k, & z &\in [h_1, h_2], \\ V^{(3)} &= 1, & z &\in [h_2, h_3] \end{aligned} \quad (2-a)$$

Et pour la plaque (b) :

$$V^{(1)} = \left(\frac{z-h_0}{h_1-h_0} \right)^k, \quad z \in [h_0, h_1], \quad (2-b)$$

$$V^{(2)} = 1, \quad z \in [h_1, h_2],$$

$$V^{(3)} = \left(\frac{z-h_3}{h_2-h_3} \right)^k, \quad z \in [h_2, h_3]$$

Le champ de déplacement d'un point matériel situé aux coordonnées (x, y, z) dans la plaque s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= u(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} + g(z) \gamma_{xz}^0(x, y), \\ V(x, y, z) &= v(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial y} + g(z) \gamma_{yz}^0(x, y), \\ W(x, y, z) &= w(x, y). \end{aligned} \quad (3)$$

Où U, V, W sont les déplacements dans les directions x, y, z respectivement ; u, v et w sont les déplacements du plan médian ; γ_{xz}^0 et γ_{yz}^0 sont les rotations des plans xz et yz dues à la flexion, respectivement ; g(z) est la fonction de gauchissement qui représente la fonction de forme déterminant la distribution des contraintes et des déformations transversales suivant l'épaisseur.

Le champ de déplacement de la théorie classique des plaques (CPT) est obtenu en posant g(z) = 0. La théorie du premier ordre (FSDT) est obtenue en posant g(z) = z.

En plus, la théorie des déformations du troisième ordre (TSDT) de Reddy, Réf.[17,18] est obtenue par :

$$g(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (4)$$

La théorie de déformation de cisaillement sinusoïdal (SSDT) de Touratier, Réf.[22] est déduite par :

$$g(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (5)$$

En plus, la théorie de déformation de cisaillement exponentielle (ESDPT) de Karama M. et Mitsou S., Réf.[11] est obtenue en posant

$$g(z) = ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad (6)$$

La présente théorie de déformation de cisaillement sinusoïdal de Mechab et al., [23] est obtenue par :

$$\psi(z) = \left(\frac{z \cos\left(\frac{1}{2}\right) - h \sin\left(\frac{z}{h}\right)}{-1 + \cos\left(\frac{1}{2}\right) - 1 + \cos\left(\frac{1}{2}\right)} \right) \quad (7)$$

Les composantes de déformation sont liées aux déplacements proposés :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \end{Bmatrix} + g(z) \begin{Bmatrix} \eta_{xx} \\ \eta_{yy} \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g'(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Où (') indique la dérivée par rapport à z, avec :

$$\varepsilon_{xx}^0 = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy}^0 = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{yz}^0 = \varphi_y, \quad \gamma_{xz}^0 = \varphi_x$$

$$\gamma_{xy}^0 = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \quad k_{xx} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

$$\begin{aligned} k_{yy} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad k_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad \eta_{xx} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \\ \eta_{yy} &= \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, \quad \eta_{xy} = \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial y}. \end{aligned}$$

Les relations de contrainte-déformation pour la nième couche peuvent être exprimées par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha^{(n)} T \\ \varepsilon_{yy} - \alpha^{(n)} T \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{(n)} = G^{(n)} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}^{(n)} \quad (11)$$

Où E⁽ⁿ⁾(z) et ν⁽ⁿ⁾(z) sont le module de Young et coefficient de Poisson. Le module de cisaillement G⁽ⁿ⁾(z) prend la forme :

$$G^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{2(1 + \nu^{(n)})} \quad (12)$$

2.1- Equations d'équilibre

Les équations d'équilibre sont obtenues à partir du principe des déplacements virtuels :

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + q &= 0; \\ \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} - Q_{xz} &= 0; \\ \frac{\partial S_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} - Q_{yz} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

2.2- La solution exacte pour les plaques sandwiches FGM

Pour résoudre ce problème, Navier a présenté les charges transversales mécaniques et thermiques q et T_i et qui sont données comme suit :

$$\begin{Bmatrix} q \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_0 \\ \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{T}_3 \end{Bmatrix} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \quad (14)$$

$$T(x, y, z) = T_1(x, y) + \frac{z}{h} T_2(x, y) + \frac{g(z)}{h} T_3(x, y) \quad (15)$$

Avec : $\lambda = \pi / a$, $\mu = \pi / b$, q_0 et T_i constants.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ V \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \\ W \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \\ X \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ Y \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \end{Bmatrix} \quad (16)$$

Où : U , V , W , X et Y sont des paramètres arbitraires à déterminer sous condition que la solution de l'équation (Eq.16) satisfasse les équations d'équilibre (Eq.13).

On obtient l'équation opérateur suivante : $[C]\{\Delta\} = \{F\}$, avec : $\{\Delta\} = \{U, V, W, X, Y\}^t$, et $[C]$ est la matrice symétrique. Les composants du vecteur de force généralisé $\{F\} = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5\}^t$ sont donnés par :

$$\begin{aligned} F_1 &= \lambda(A^T T_1 + B^T T_2 + {}^a B^T T_3), \\ F_2 &= \mu(A^T T_1 + B^T T_2 + {}^a B^T T_3), \\ F_3 &= -q_0 - h(\lambda^2 + \mu^2)[(B^T T_1 + D^T T_2 + {}^a D^T T_3)], \\ F_4 &= \lambda h({}^a B^T T_1 + {}^a D^T T_2 + {}^a F^T T_3), \\ F_5 &= \mu h({}^a B^T T_1 + {}^a D^T T_2 + {}^a F^T T_3) \end{aligned} \quad (17)$$

avec:

$$\begin{aligned} \{A^T, B^T, D^T\} &= \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E^{(n)}}{1 - \nu^{(n)}} \alpha^{(n)} \{1, \bar{z}, \bar{z}^2\} dz, \\ \{{}^a B^T, {}^a D^T, {}^a F^T\} &= \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E^{(n)}}{1 - \nu^{(n)}} \alpha^{(n)} \bar{g}(z) \{1, \bar{z}, \bar{g}(z)\} dz, \end{aligned} \quad (18)$$

dans laquelle : $\bar{z} = z/h$ et $\bar{g} = g(z)/h$.

3- Illustrations

Les propriétés matérielles utilisées sont :

- Métal (Titanium, Ti-6Al-4V) : $E_M = 66.2$ GPa ; $\nu = 1/3$; $\alpha_M = 10.3 \times (10^{-6}/C^\circ)$.
- Céramique (Zirconia, ZrO₂) : $E_C = 117.0$ GPa ; $\nu = 1/3$; $\alpha_C = 7.11 \times (10^{-6}/C^\circ)$.

Plusieurs configurations des plaques sandwiches sont représentées :

- La plaque (1-1-1), $h_1 = -h/6$ et $h_2 = h/6$.
- La plaque (2-1-2), $h_1 = -h/10$ et $h_2 = h/10$.
- La plaque (3-1-3), $h_1 = -h/14$ et $h_2 = h/14$.

Différentes grandeurs sont utilisées pour le chargement thermomécanique comme :

$$\begin{aligned} \text{déflexion : } W_f &= \\ \frac{10^3}{q_0 a^4 / (E_0 h^3) + 10^3 \alpha_0 T_2 a^2 / h} w \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right) ; \end{aligned}$$

contrainte axiale :

$$\hat{\sigma}_{xx} = \frac{10}{q_0 a^2 / h^2 + 10 E_0 \alpha_0 T_2 a^2 / h^2} \sigma_{xx} \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, -\frac{h}{2} \right) ;$$

contrainte de cisaillement :

$$\hat{\tau}_{xz} = \frac{1}{q_0 a / h + E_0 \alpha_0 T_2 a / (10h)} \tau_{xz} \left(0, \frac{b}{2}, 0 \right).$$

Les valeurs de référence sont $E_0 = 1$ GPa et $\alpha_0 = 10^{-6}/K$. Le facteur de correction de cisaillement de FSDPT est fixé $K = 5/6$. Les résultats de la déflexion, les contraintes de cisaillement transverse et les contraintes normales pour les différentes configurations des plaques sandwiches en FGM soumises à une combinaison linéaire et non-linéaire de champ de température sont exposés dans les figures qui suivent.

Les figures 2a et 2b ci-dessous montrent la variation de la déflexion W_f en fonction de l'élancement (a/h) pour une plaque sandwich (1-1-1) soumise à un chargement uniquement mécanique ($q_0 = 100, T = 0$) et ce pour les deux types A et B avec $k = 2$. On remarque nettement que les résultats de la présente théorie sont identiques à ceux obtenus par les autres théories et ce pour les deux types de plaques A (1-1-1) et B (1-1-1). Les déflexions des plaques sandwiches en FGM diminuent à mesure que le rapport d'élancement (a/h) augmente.

Néanmoins, pour des rapports $a/h \geq 10$, la déflexion pour la plaque type A est moins importante par rapport à celle de type B.

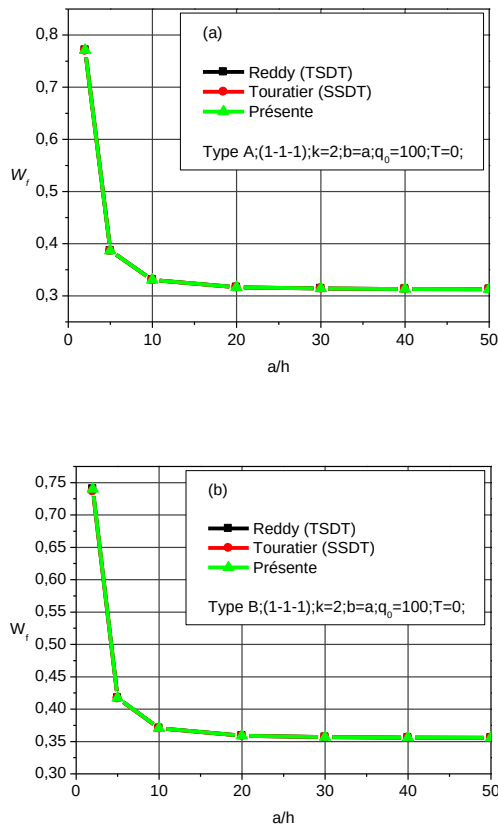


Figure 2: La déflexion W_f en fonction du rapport d'élancement (a/h) pour une plaque carrée sandwich type : (a) A(1-1-1) et (b) B(1-1-1) avec $k = 2$, sous l'effet des charges mécaniques ($q_0 = 100, T = 0$).

Figure 2: The deflection W_f as a function of the aspect ratio (a/h) for a square sandwich plate type: (a) A (1-1-1) and (b) B (1-1-1) with $k = 2$, under the effect of the mechanical loads ($q_0 = 100, T = 0$).

Les figures 3a et 3b ci-après illustrent la distribution à travers l'épaisseur de la contrainte de cisaillement transversal $\hat{\tau}_{xz}$ des plaques sandwiches FGM carrées de type A (1-1-1) et B(1-1-1) pour $k = 0$ et $a = 10h$. Les plaques sont soumises à un chargement mécanique et thermique ($q_0 = 100, T_1 = 0, T_2 = T_3 = 100$).

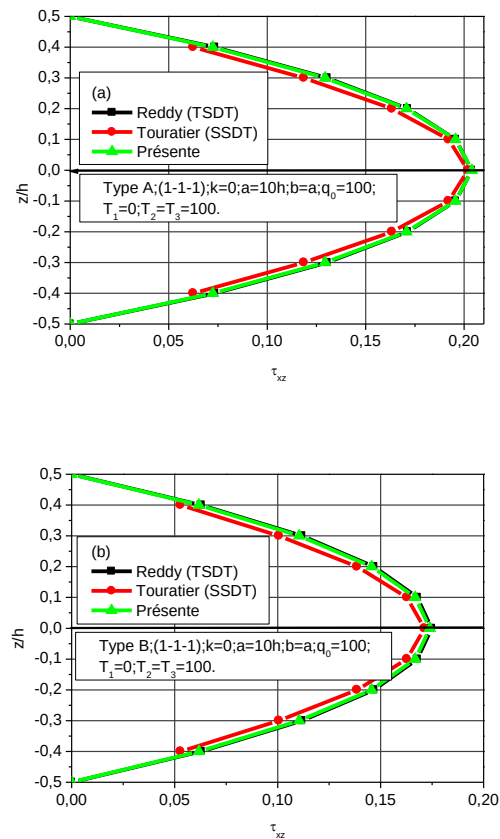


Figure 3: contrainte de cisaillement non dimensionnelle (τ_{xz}) à travers l'épaisseur d'une plaque sandwich carrée en FGM avec $q_0 = 100, T_1 = 0, T_2 = T_3 = 100$ et $a/h = 10, k = 0$: (a) plaque sandwich type A(1-1-1) et (b) plaque sandwich type B(1-1-1).

Figure 3: The non-dimensional shear stress (τ_{xz}) through the thickness of a square sandwich plate FGM with $q_0 = 100, T_1 = 0, T_2 = T_3 = 100$ and $a/h = 10, k = 0$: (a) sandwich plate type A (1-1-1) and (b) sandwich plate type B (1-1-1).

On remarque aussi que les résultats de la présente théorie sont semblables à ceux obtenus par la théorie (TSDT) et ce pour les deux types de plaques A(1-1-1) et B(1-1-1). Les valeurs maximales se produisent à un point situé sur le plan médian de chaque plaque et son amplitude est plus grande pour la plaque type A. Les valeurs obtenues montrent la grande influence jouée par les charges thermiques et les charges mécaniques sur l'analyse des contraintes de cisaillement transversal.

Pour les figures 4a et 4b, il s'agit de la variation de la déflexion W_f en fonction de l'élancement (a/h) pour les plaques sandwich A(1-1-1) et B(1-1-1) soumises à un chargement mécanique et thermique ($q_0 = 100, T = 100$).

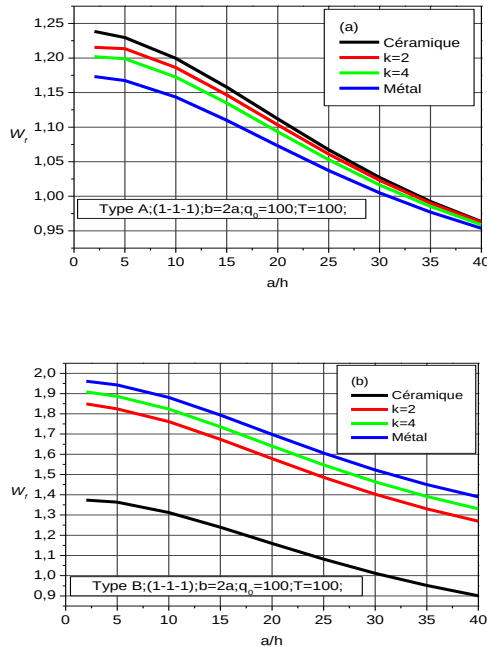


Figure 4: la déflexion W_f en fonction du rapport d'élancement (a/h) pour une plaque sandwich type (a) A(1-1-1) et (b) B(1-1-1) pour : céramique, $k=2$, $k=4$, métal avec : $b=2a$ sous l'effet des charges thermiques et mécaniques ($q_0 = 100, T = 100$).

Figure 4: The deflection W_f as a function of the aspect ratio (a/h) for a sandwich plate type (a) A (1-1-1) and (b) B (1-1-1) for : ceramic, $k = 2$, $k = 4$, metal with: $b = 2a$ under the effect of thermal and mechanical loads ($q_0 = 100, T = 100$).

Les déflexions des plaques sandwichs en FGM diminuent à mesure que le rapport d'élancement (a/h) augmente. Autrement dit, la déflexion de la plaque céramique se trouve à la plus grande amplitude et celle de la plaque métallique se trouve à la plus petite amplitude et ce pour le type A. Par contre, pour le type B, la déflexion de la plaque métallique se trouve à la plus grande amplitude et celle de la plaque céramique se trouve à la plus petite amplitude. Pour de grands rapports a/h , les déflexions de la plaque type A convergent vers les mêmes valeurs, tandis que

celles de la plaque type B sont toujours divergentes.

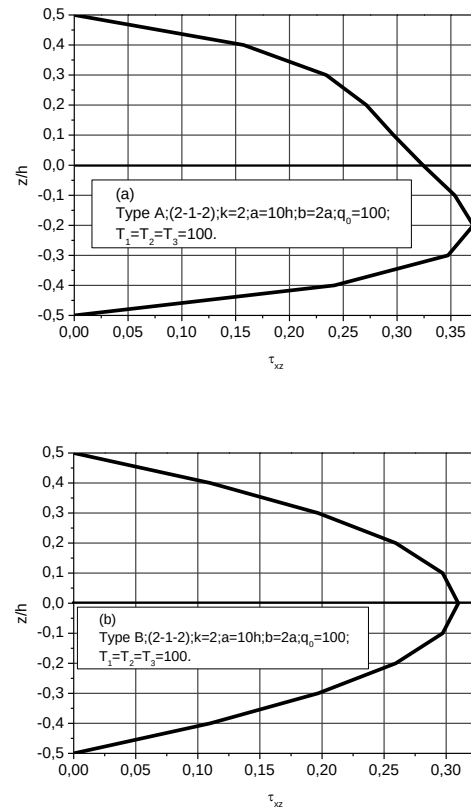


Figure 5: contrainte de cisaillement non dimensionnelle (τ_{xz}) à travers l'épaisseur pour une plaque sandwich type (a) A(2-1-2) et (b) B(2-1-2) avec : $b=2a$, $a/h=10$ et $k=2$ sous l'effet des charges thermiques et mécaniques ($q_0 = 100, T_1 = T_2 = T_3 = 100$).

Figure 5: Non-dimensional shear stress (τ_{xz}) across the thickness for a sandwich plate type (a) A (2-1-2) and (b) B (2-1-2) with: $b = 2a$, $a/h = 10$ and $k = 2$ under the effect of thermal and mechanical loads ($q_0 = 100, T_1 = T_2 = T_3 = 100$).

Dans les figures 5a et 5b, nous montrons la distribution à travers l'épaisseur de la contrainte de cisaillement transversal $\hat{\tau}_{xz}$ des plaques sandwichs FGM carrées de type A(2-1-2) et B(2-1-2) pour $k=2$ et $a=10h$. Les plaques sont soumises à un chargement mécanique et thermique ($q_0 = 100, T_1 = T_2 = T_3 = 100$). On notera que la valeur maximale se produit à un point situé sur le plan médian de la plaque B. Alors que pour la plaque A, cette même valeur se trouve à un rapport $z/h=-0,20$ (plaque métallique).

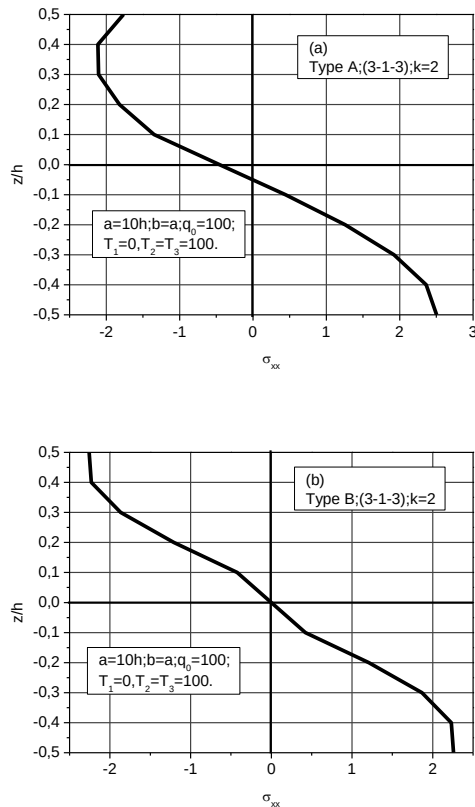


Figure 6 : contrainte normale non dimensionnelle (σ_{xx}) à travers l'épaisseur pour une plaque sandwich carrée type (a) A(3-1-3) et (b) B(3-1-3) avec : $a/h=10$ et $k=2$ sous l'effet des charges thermiques et mécaniques ($q_0 = 100, T_1 = 0, T_2 = T_3 = 100$).

Figure 6: The normal non-dimensional stress (σ_{xx}) across the thickness for a square sandwich plate type (a) A (3-1-3) and (b) B (3-1-3) with: $a/h = 10$ and $k = 2$ under the effect of thermal and mechanical loads ($q_0 = 100, T_1 = 0, T_2 = T_3 = 100$).

Les dernières figures 6a et 6b illustrent la distribution à travers l'épaisseur de la contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ des plaques sandwiches FGM de type A(3-1-3) et B(3-1-3) pour $k=2$, $b=2a$ et $a=10h$. Le chargement mécanique et thermique des plaques correspond à ($q_0 = 100, T_1 = 0, T_2 = T_3 = 100$). La distribution des contraintes est asymétrique par rapport au plan médian et les valeurs maximales se trouvent au voisinage du milieu de la plaque céramique ($z/h=0,35$) ainsi qu'à la surfaces externe de la plaque métallique. Par contre, cette même distribution est symétrique pour la plaque type B où les contraintes sont nulles sur le plan médian

et les valeurs maximales se trouvent aux surfaces externes (plaques métalliques).

4- Conclusion

Dans le cadre de ce travail, un modèle a été proposé pour l'analyse des plaques homogènes et des plaques sandwiches en FGM sous l'effet de chargements mécaniques et thermiques. A cet effet, deux plaques ont été considérées : Céramique-FGM-Métal et FGM-Céramique-FGM. Plusieurs exemples ont été illustrés pour montrer les effets de changement des paramètres du matériau sur la déflexion et la distribution des contraintes et ce sous différentes conditions thermiques. Les résultats obtenus indiquent que les contraintes thermomécaniques peuvent être relaxées pour des paramètres du matériau donné. Ce modèle offre des solutions précises et fiables par comparaison avec les autres théories de déformation de cisaillement.

Dans son application technologique, cette caractéristique présente beaucoup d'avantages et permet de choisir des paramètres appropriés du matériau pour fabriquer les plaques en matériaux à gradient de propriétés, tout en respectant l'intégrité structurale dans le cas d'un champ de température élevé.

Références bibliographiques

- [1] Shen Shen H. and Rong Li S, "Postbuckling of Sandwich Plates with FGM Face Sheets and Temperature Dependent Properties," Compos: Part B 39, pp332–344, 2008.
- [2] Koizumi M., "FGM activities in Japan", Compos. B 28, pp1–4, 1997.
- [3] Zhao J., Li Y., Ai X., "Analysis of Transient Thermal Stress in Sandwich Plate with Functionally Graded Coatings", Thin Solid Films 516, pp 7581–7587, 2008.
- [4] Allen H.G., "Analysis and Design of Structural Sandwich Panels," Pergamon Press, London, 1969.
- [5] Plantema F.J., "Sandwich Construction," Wiley, New York, 1966.
- [6] Ambartsumyan, S. A., "On the theory of Anisotropic Shells and Plates, Non-



Homogeneity in Elasticity and Plasticity,” Symposium, Edited by Olszak W., Warsaw, September 2-9, 1958.

[7] Reissner, E., Stavsky, Y., “*Bending and stretching of certain types of heterogeneous anisotropic elastic plates*,” J Appl Mech-T-ASME, 28, pp 402–408, 1961.

[8] Stein, M., “*Nonlinear theory for plates and shells including the effects of transverse shearing*,” AIAA J, 24, 9, pp 1537–1544, 1986.

[9] Mantari, J.L., et al., “*Bending and free vibration analysis of isotropic and multilayered plates and shells by using a new accurate higher order shear deformation theory*” Compos Part B-Eng, 43, 8, pp 3348–3360, 2012.

[10] Mantari, J.L., et al., “*A new trigonometric shear deformation theory for isotropic, laminated composite and sandwich plates*,” Int J Solids Struct, 49, 1, pp 43–53, 2012.

[11] Karama, M., et al., “*Mechanical behavior of laminated composite beam by the new multilayered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity*,” Int J Solids Struct, 40, 6, pp 1525–1546, 2003.

[12] Aydogdu, M., “*A new shear deformation theory for laminated composite plates*,” Compos Struct, 89, 1, pp 94–101, 2009.

[13] Mantari, J.L., et al., “*A new tangential-exponential higher order shear deformation theory for advanced composite plates*,” Compos Part B-Eng, 60 (2014), pp 319–328, 2014.

[14] El Meiche, N. E., et al., “*A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate*,” Int J of Mech Sci, 53, 4, pp 237–247, 2011.

[15] Soldatos, K., “*A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates*,” Acta Mech, 94, 3, pp 195–220, 1992.

[16] Akavci, S.S., “*Two new hyperbolic shear displacement models for orthotropic laminated composite plates*,” Mech Compos Mater, 46, 2, pp 215–226, 2010.

[17] Reddy J.N., “*A simple higher-order theory for laminated composite plates*,” J. Appl Mech. 51, pp 745–752, 1984.

[18] Reddy J.N., “*Analysis of functionally graded plates*,” Int J Numer Method Eng. 47, pp 663–84, 2000.

[19] Zenkour A.M., “*A Comprehensive Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates: Part-1 Deflection and Stresses*,” Int J. of Solids and Struct. 42, pp 5224–5242, 2005.

[20] Zenkour A.M., “*A Comprehensive Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates: Part 2—Buckling and Free Vibration*,” Int J. of Solids and Struct. 42, pp 5243–5258, 2005.

[21] Zenkour AM., “*Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates*,” Appl Math Modell. 30, pp 67–84, 2006.

[22] Touratier M., “*An Efficient Standard Plate Theory*,” Int J. Eng Sci, 25, 16-901, 1991.

[23] Mechab, B., et al., “*Analysis of thick orthotropic laminated composite plates based on higher order shear deformation theory by the new function under thermo-mechanical loading*,” Compos Part B- Eng, 43, 3, pp 1453–1458, 2012.